

Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2018/2019

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 03.12.2018

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

In unserer Firma ist x die Produktionsmenge von Gut X, und y ist die Produktionsmenge von Gut Y. Der tägliche Gewinn ist $z(x, y) = 2 \cdot x + y - 400$. Bei der Produktion müssen wir einige Nebenbedingungen beachten:

- (1) Wir können keine negativen Mengen produzieren.
- (2) Unsere einzige Maschine läuft 15 Stunden pro Tag. Die beiden Güter haben folgende Produktionszeiten:

$$\text{Gut X: } 1 \frac{\text{min.}}{\text{Stück}}, \text{ Gut Y: } 2 \frac{\text{min.}}{\text{Stück}}$$

- (3) Wir können pro Tag maximal 500 Stücke von Gut X und maximal 300 Stücke von Gut Y verkaufen, und es gibt keine Lagerhaltung.

Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen und den maximalen Gewinn pro Tag (12 Punkte).

Aufgabe 2

- a) Bestimmen Sie die Inverse folgender Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6 \text{ Punkte}).$$

- b) Bestimmen Sie die Determinante folgender Matrix:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 5 & -6 \\ 5 & -2 & 2 & 10 \end{pmatrix} \quad (6 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 3

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumpunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte.

Aussage			
(1)	Bei statistischen Untersuchungen gilt immer $x_{med} < \bar{x}$.	Ja	
		Nein	
(2)	Immer wenn $\det H^*(\lambda_0, x_0, y_0) < 0$ gilt, hat $L(\lambda, x, y)$ ein Minimum an x_0, y_0 mit λ_0 .	Ja	
		Nein	
(3)	$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 9 \\ -6 & 15 & 27 \end{pmatrix}$ hat keine Lösung.	Ja	
		Nein	
(4)	$f(x) = (x-2)^3$ ist an der Stelle $x=1$ streng konkav.	Ja	
		Nein	
(5)	$f(x, y) = (x-1)^2 \cdot (y+2)^2$ hat ein Minimum an $x=-1, y=2$.	Ja	
		Nein	
(6)	Für $f(x) = 3 \cdot e^{-x}$ gilt $f^{(4)}(x) = f(x)$.	Ja	
		Nein	
(7)	$f(x) = \ln(x) - x$ hat an $x=1$ eine horizontale Tangente.	Ja	
		Nein	
(8)	Bei 87 Beobachtungswerten gilt: $x_{med} = \frac{x_{43} + x_{44}}{2}$.	Ja	
		Nein	
(9)	Für die Einheitsmatrix E gilt $E = E^T = E^{-1} = E \cdot E = (E^T)^{-1} = (E^{-1})^T$.	Ja	
		Nein	
(10)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x}{x} = \infty$	Ja	
		Nein	
(11)	$f(x) = x^4 - x^3 + x^2 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ hat kein globales Maximum.	Ja	
		Nein	
(12)	$f(x) = \ln(x) + x \quad \mathbb{D}_f =]0, \infty[$ hat ein globales Randminimum.	Ja	
		Nein	

(12 Punkte)

Aufgabe 4

Über eine Funktion $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $P_w(1|-1)$ ist Wendepunkt.
- $P_{\min}(2|-2)$ ist Tiefpunkt (lokales, inneres Minimum).

a) Bestimmen Sie die Funktion (6 Punkte).

b) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich $-1 \leq x \leq 3$ (Hinweis: $P_{\max}(0|0)$) (3 Punkte).

c) Bestimmen Sie die Elastizität an der Stelle $x_0 = 1$ (3 Punkte).

Aufgabe 5

a) In der FSP-Teilprüfung „Mathematik“ im Sommersemester 2018 haben die beiden W-Gruppen folgende Noten erzielt:

Gruppe W2:

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Note	1,0	2,7	1,0	3,0	1,0	3,3	5,0	3,7	2,3	3,0

Gruppe WE:

Student	1	2	3	4	5	6	7	8
Note	1,3	2,7	5,0	5,0	1,7	4,0	1,0	5,0
Student	9	10	11	12	13	14	15	16
Note	2,0	5,0	3,3	1,7	3,7	3,3	1,7	5,0

a1) Bestimmen Sie für beide Gruppen jeweils den Modus der Noten (2 Punkte).

a2) Bestimmen Sie für beide Gruppen jeweils den Median der Noten (2 Punkte).

b) Die Tabelle zeigt für die Jahre 2013-2017 das nominale BIP pro Kopf in der BRD sowie die Jahresendstände des Deutschen Aktienindex (DAX):

	2013	2014	2015	2016	2017
Nominales BIP pro Kopf ¹	35.045 €	36.287 €	37.324 €	38.370 €	39.649 €
Jahresendstand DAX ²	9.552	9.806	10.743	11.481	12.918

¹ Quelle: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1252/umfrage/entwicklung-des-bruttoinlandsprodukts-je-einwohner-seit-1991/> (15.11.2018).

² Quelle: https://www.onvista.de/index/historie.html?ID_NOTATION=20735 (15.11.2018).

Welche Art von Korrelation besteht zwischen dem nominalen BIP pro Kopf und den Jahresendständen des DAX? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Rechnen Sie bei allen Schritten auf vier Nachkommastellen genau.

Hinweise:

- Durchschnittliches nominales BIP pro Kopf: 37.335 €
- Varianz des BIP pro Kopf: 2.553.669,2

(8 Punkte)