

# Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

**Semester:** Wintersemester 2018/2019

**FSP-Teilprüfung:** Mathematik W2

**Datum:** 03.12.2018

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel

## Aufgabe 1

In unserer Firma ist  $x$  die Produktionsmenge von Gut X, und  $y$  ist die Produktionsmenge von Gut Y. Der tägliche Gewinn ist  $z(x, y) = 2 \cdot x + y - 400$ . Bei der Produktion müssen wir einige Nebenbedingungen beachten:

- (1) Wir können keine negativen Mengen produzieren.
- (2) Unsere einzige Maschine läuft 15 Stunden pro Tag. Die beiden Güter haben folgende Produktionszeiten:

$$\text{Gut X: } 1 \frac{\text{min.}}{\text{Stück}}, \text{ Gut Y: } 2 \frac{\text{min.}}{\text{Stück}}$$

- (3) Wir können pro Tag maximal 500 Stücke von Gut X und maximal 300 Stücke von Gut Y verkaufen, und es gibt keine Lagerhaltung.

Bestimmen Sie die gewinnmaximalen Produktionsmengen und den maximalen Gewinn pro Tag (12 Punkte).

## Aufgabe 2

- a) Bestimmen Sie die Inverse folgender Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6 \text{ Punkte}).$$

- b) Bestimmen Sie die Determinante folgender Matrix:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 5 & -6 \\ 5 & -2 & 2 & 10 \end{pmatrix} \quad (6 \text{ Punkte}).$$

**Aufgabe 3**

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumspunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte.

Aussage		Ja	
		Nein	
(1)	Bei statistischen Untersuchungen gilt immer $x_{med} < \bar{x}$ .	Ja	
(2)	Immer wenn $\det H^*(\lambda_0, x_0, y_0) < 0$ gilt, hat $L(\lambda, x, y)$ ein Minimum an $x_0, y_0$ mit $\lambda_0$ .	Ja	
(3)	$\begin{array}{cc c} 2 & -5 & 9 \\ -6 & 15 & 27 \end{array}$ hat keine Lösung.	Ja	
(4)	$f(x) = (x-2)^3$ ist an der Stelle $x=1$ streng konkav.	Ja	
(5)	$f(x, y) = (x-1)^2 \cdot (y+2)^2$ hat ein Minimum an $x=-1, y=2$ .	Ja	
(6)	Für $f(x) = 3 \cdot e^{-x}$ gilt $f^{(4)}(x) = f(x)$ .	Ja	
(7)	$f(x) = \ln(x) - x$ hat an $x=1$ eine horizontale Tangente.	Ja	
(8)	Bei 87 Beobachtungswerten gilt: $x_{med} = \frac{x_{43} + x_{44}}{2}$ .	Ja	
(9)	Für die Einheitsmatrix $E$ gilt $E = E^T = E^{-1} = E \cdot E = (E^T)^{-1} = (E^{-1})^T$ .	Ja	
(10)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x}{x} = \infty$	Ja	
(11)	$f(x) = x^4 - x^3 + x^2$ $D_f = \mathbb{R}$ hat kein globales Maximum.	Ja	
(12)	$f(x) = \ln(x) + x$ $D_f = ]0, \infty[$ hat ein globales Randminimum.	Ja	

(12 Punkte)

### Aufgabe 4

Über eine Funktion  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$   $D_f = \mathbb{R}$   $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $P_w(1|-1)$  ist Wendepunkt.
  - $P_{\min}(2|-2)$  ist Tiefpunkt (lokales, inneres Minimum).
- a) Bestimmen Sie die Funktion (*6 Punkte*).  
 b) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich  $-1 \leq x \leq 3$  (Hinweis:  $P_{\max}(0|0)$ ) (*3 Punkte*).  
 c) Bestimmen Sie die Elastizität an der Stelle  $x_0 = 1$  (*3 Punkte*).

### Aufgabe 5

- a) In der FSP-Teilprüfung „Mathematik“ im Sommersemester 2018 haben die beiden W-Gruppen folgende Noten erzielt:

**Gruppe W2:**

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Note	1,0	2,7	1,0	3,0	1,0	3,3	5,0	3,7	2,3	3,0

**Gruppe WE:**

Student	1	2	3	4	5	6	7	8
Note	1,3	2,7	5,0	5,0	1,7	4,0	1,0	5,0
Student	9	10	11	12	13	14	15	16
Note	2,0	5,0	3,3	1,7	3,7	3,3	1,7	5,0

- a1) Bestimmen Sie für beide Gruppen jeweils den Modus der Noten (*2 Punkte*).  
 a2) Bestimmen Sie für beide Gruppen jeweils den Median der Noten (*2 Punkte*).  
 b) Die Tabelle zeigt für die Jahre 2013-2017 das nominale BIP pro Kopf in der BRD sowie die Jahresendstände des Deutschen Aktienindex (DAX):

	2013	2014	2015	2016	2017
Nominales BIP pro Kopf <sup>1</sup>	35.045 €	36.287 €	37.324 €	38.370 €	39.649 €
Jahresendstand DAX <sup>2</sup>	9.552	9.806	10.743	11.481	12.918

<sup>1</sup> Quelle: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1252/umfrage/entwicklung-des-bruttoinlandsprodukts-je-einwohner-seit-1991/> (15.11.2018).

<sup>2</sup> Quelle: [https://www.onvista.de/index/historie.html?ID\\_NOTATION=20735](https://www.onvista.de/index/historie.html?ID_NOTATION=20735) (15.11.2018).

Welche Art von Korrelation besteht zwischen dem nominalen BIP pro Kopf und den Jahresendständen des DAX? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Rechnen Sie bei allen Schritten auf vier Nachkommastellen genau.

Hinweise:

- Durchschnittliches nominales BIP pro Kopf: 37.335 €
- Varianz des BIP pro Kopf: 2.553.669,2

(8 Punkte)